

Taller de ejercicios No. 3

1. Si un haz de rayos X tiene una longitud de onda de $1.5 \times 10^{-10} \text{ m}$, ¿cuál es la frecuencia de estos rayos X? **R: $2 \times 10^{18} \text{ Hz}$**
2. Cuando el cobre es bombardeado con electrones de alta energía, se emiten rayos X. Calcule la energía (en Joules) asociada con los fotones si la longitud de onda de los rayos X es 0.154 nm .

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda}$$

$$E = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0.154 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1.29 \cdot 10^{15} \text{ J}$$

3. Los átomos de sodio excitados pueden emitir radiación a una longitud de onda de $5890 \text{ \AA}$. ¿Cuál es la energía expresada en julios y en eV de los fotones de esta radiación?

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5890 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 3.37 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.11 \text{ eV}$$

4. Calcule la energía de un fotón de luz amarilla cuya longitud de onda es de 589 nm

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{589 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3.37 \cdot 10^{19} \text{ J}$$

5. Calcula la energía de un fotón de longitud de onda $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$. **R: $3.975 \times 10^{-19} \text{ J}$**
6. Un láser emite luz con una frecuencia de $4.69 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$.
 - a) Calcule la energía de un fotón de la radiación de este láser.
 - b) El láser emite una ráfaga o pulsación de energía que contiene 5.0×10^{17} fotones de esta radiación. Calcule la energía total de esa pulsación.
 - c) Si el láser emite $1.3 \times 10^{-2} \text{ J}$ de energía durante una pulsación, ¿cuántos fotones emite durante esa pulsación? 4.2×10^{16} fotones.

$$E = hf = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 4.69 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} = 3.1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = 3.1 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot 5 \cdot 10^{17} \text{ fotones} = 0.155 \text{ J}$$

La energía del fotón es:

$$E = 3.1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La energía total emitida es:

$$E = 1.3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Número total de fotones:

$$\# \text{ fotones} = \frac{1.3 \cdot 10^{-2} \text{ J}}{3.1 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4.1 \cdot 10^{16} \text{ fotones}$$

7. Calcula la energía correspondiente a un cuanto de los siguientes tipos de radiación electromagnética:
 - a) Luz infrarroja: $f = 6.0 \times 10^{12} \text{ Hz}$
 - b) Luz roja: $f = 4.9 \times 10^{14} \text{ Hz}$
 - c) Luz azul: $f = 5.8 \times 10^{14} \text{ Hz}$

d) Luz ultravioleta: $f = 3.0 \times 10^{15} \text{ Hz}$

e) Rayos X: $f = 5.0 \times 10^{16} \text{ Hz}$

8. Si la energía necesaria para extraer un electrón al sodio es de $3.7 \times 10^{-19} \text{ J}$, calcula la frecuencia mínima que debe tener un fotón para que produzca el efecto fotoeléctrico. Con que velocidad saldrá el electrón si el fotón posee una energía de $8.00 \times 10^{-19} \text{ J}$?

$$E_0 = 3.7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Solución

$$f_{\min} = \frac{E_0}{h} = \frac{3.7 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 5.6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

$$E = 8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}}$$

$$E = E_0 + E_C$$

$$E_C = E - E_0 = 8 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3.7 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4.3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.3 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 0.972 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

9. Una radiación de 300 nm sobre una lámina de cinc es capaz de provocar la emisión de electrones con una energía cinética de $9.9 \times 10^{-20} \text{ J}$. Determina la frecuencia y energía umbrales.

$$\lambda = 300 \text{ nm} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$E_C = 9.9 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Solución

Calculamos la frecuencia de la radiación incidente:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Calculamos la energía de la radiación incidente:

$$E = hf = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 6.62 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Calculamos la energía umbral (trabajo de extracción):

$$E = E_0 + E_C$$

$$E_0 = E - E_C = 6.62 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 9.9 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 5.63 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Calculamos la frecuencia umbral:

$$E_0 = hf_0$$

$$f_0 = \frac{E_0}{h} = \frac{5.63 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 8.5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

10. Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda de 600 nm penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuyo trabajo de extracción es $3.2 \times 10^{-19} \text{ J}$. Calcula:

- a) La longitud de onda umbral para el cesio.
- b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.
- c) La velocidad máxima con la que son emitidos los electrones.
- d) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por el metal con velocidad máxima.

$$\lambda = 600 \text{ nm} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$E_0 = 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Solución

Calculamos la longitud de onda umbral del cesio:

$$E_0 = hf_0 = h \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{E_0} = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3.2 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 6.21 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 621 \text{ nm}$$

Para calcular la energía cinética máxima de los electrones emitidos, necesitamos encontrar primero la energía de la radiación incidente:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{6 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3.31 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Calculamos la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E = E_0 + E_C$$

$$E_C = E - E_0 = 3.31 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1.1 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Calculamos la velocidad máxima con la que son emitidos los electrones:

$$E_C = \frac{1}{2} mv^2$$

La masa del electrón es:

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.1 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Calculamos la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por el metal:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{h}{m_e v}$$

$$\lambda = cm_e v = 3 \cdot \frac{10^8 \text{ m}}{\text{s}} \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.6 \cdot \frac{10^5 \text{ m}}{\text{s}} = 4.4 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

11. Sobre una superficie de potasio, cuyo trabajo de extracción es 2.29 eV, incide una radiación de $0.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ de longitud de onda. Razone si se produce efecto fotoeléctrico y, en caso afirmativo, calcule la velocidad de los electrones emitidos y la frecuencia umbral del material.

$$E_0 = 2.29 \text{ eV}$$

$$\lambda = 0.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Solución

Para saber si se produce efecto fotoeléctrico, necesitamos conocer la frecuencia umbral del material (la frecuencia mínima para la cuál se produce el efecto fotoeléctrico).

$$f_{\min} = \frac{E_0}{h} = \frac{2.29 \text{ eV}}{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = \frac{2.29 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 5.6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

La frecuencia de la radiación incidente es:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 1.5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Como la frecuencia de la radiación incidente es mayor que la frecuencia umbral, $f > f_{\min}$ resulta que **si se produce efecto fotoeléctrico**.

La frecuencia de la radiación incidente es:

$$f = 1.5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Calculamos la energía de la radiación incidente:

$$E = hf = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 1.5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 9.93 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Calculamos la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E = E_0 + E_C$$

$$E_C = E - E_0 = 9.93 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 2.29 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6.27 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Calculamos la velocidad de los electrones emitidos:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.27 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.17 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Calculamos la frecuencia umbral del material:

$$E_0 = 2.29 \text{ eV} = 2.29 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3.66 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_0 = 2.29 \text{ eV} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3.66 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$f_0 = \frac{E_0}{h} = \frac{3.66 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 5.52 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

12. Al iluminar potasio con luz amarilla de sodio de $\lambda=5890 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ se liberan electrones con una energía cinética máxima de $0.577 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, y al iluminarlo con luz ultravioleta de una lámpara de mercurio de $\lambda=2537 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es $5.036 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- a) Explique el fenómeno descrito en términos energéticos y determine el valor de la constante de Planck.

- b) Calcule el valor del trabajo de extracción del potasio y el valor de la longitud de onda a partir de la cual se produce efecto fotoeléctrico.

Solución

La explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico implica suponer que la radiación incidente (luz amarilla o ultravioleta) está formada por fotones, cada uno de ellos con una energía que puede calcularse en función de su longitud de onda λ :

$$E(\text{fotón incidente}) = hf = h \frac{c}{\lambda}$$

Para que el efecto fotoeléctrico tenga lugar, los fotones de la radiación incidente deben tener una energía igual o superior al trabajo de extracción del metal.

$$E(\text{fotón incidente}) = E_0 + E_C$$

Conocemos la longitud de onda de las radiaciones incidentes, y podemos determinar la energía de estas radiaciones:

$$\text{Luz amarilla: } \lambda_1 = 5890 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad E = hf = h \frac{c}{\lambda_1} = E_0 + E_{C1} \quad E_0 = \frac{hc}{\lambda_1} - E_{C1}$$

$$\text{Luz ultravioleta: } \lambda_2 = 2537 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad E = hf = h \frac{c}{\lambda_2} = E_0 + E_{C2} \quad E_0 = \frac{hc}{\lambda_2} - E_{C2}$$

El trabajo de extracción es el mismo, ya que se trata del mismo metal.

Para determinar el valor de h , igualamos las ecuaciones: $\frac{hc}{\lambda_1} - E_{C1} = \frac{hc}{\lambda_2} - E_{C2}$

$$\frac{h \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5890 \cdot 10^{-10} \text{ m}} - 0.577 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{h \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2537 \cdot 10^{-10} \text{ m}} - 5.036 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

El trabajo de extracción es:

$$W_0 = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{5890 \cdot 10^{-10} \text{ m}} - 0.577 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.8 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1.75 \text{ eV}$$

Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los fotones de la radiación incidente deben tener al menos esta energía. La longitud de onda correspondiente a esta radiación es:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{2.8 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 7.1 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 710 \text{ nm}$$

13. Un haz de luz monocromática de longitud de onda en el vacío 450 nm incide sobre un metal cuya longitud de onda umbral, para el efecto fotoeléctrico, es de 612 nm. Determina: a) la energía de extracción de los electrones del metal b) la energía cinética máxima de los electrones que se arrancan del metal.

$$\lambda = 450 \text{ nm} = 4.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_0 = 612 \text{ nm} = 6.12 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Solución

Calculamos la energía de extracción del metal:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \text{Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{m s}^{-1}}{6.12 \cdot 10^{-7} \text{m}} = 3.25 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Calculamos la energía de la radiación incidente:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{Js} \frac{3 \cdot 10^8 \text{m s}^{-1}}{4.5 \cdot 10^{-7} \text{m}} = 4.41 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Calculamos la energía cinética máxima de los electrones:

$$E = E_0 + E_C$$

$$E_C = E - E_0 = 4.41 \cdot 10^{-19} \text{J} - 3.25 \cdot 10^{-19} \text{J} = 1.16 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

14. Un metal tiene una frecuencia umbral de $4.5 \cdot 10^{14} \text{Hz}$ para el efecto fotoeléctrico. a) Si el metal se ilumina con una radiación de $4 \cdot 10^{-7} \text{m}$ de longitud de onda, ¿cuál será la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos? b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior, ¿cuál será la frecuencia de esta radiación?

$$f_0 = 4.5 \cdot 10^{14} \text{Hz}$$

$$\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{m}$$

Solución

Calculamos la energía de la radiación incidente:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{Js} \frac{3 \cdot 10^8 \text{m s}^{-1}}{4 \cdot 10^{-7} \text{m}} = 5 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Calculamos la energía de extracción:

$$E_0 = hf_0 = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{Js} \cdot 4.5 \cdot 10^{14} \text{s}^{-1} = 3 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Calculamos la energía cinética de los electrones emitidos

$$E_C = E - E_0 = 5 \cdot 10^{-19} \text{J} - 3 \cdot 10^{-19} \text{J} = 2 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Calculamos la velocidad de los electrones emitidos:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-19} \text{J}}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{kg}}} = 2.1 \cdot 10^7 \text{m/s}$$

$$E'_C = 2E_C = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-19} \text{J} = 4 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

La energía de extracción del material es la misma que en el caso anterior:

$$E_0 = 3 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Calculamos la energía de esta radiación incidente:

$$E' = E_0 + E'_C = 3 \cdot 10^{-19} \text{J} + 4 \cdot 10^{-19} \text{J} = 7 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

Calculamos la frecuencia de esta radiación incidente:

$$E' = hf' \rightarrow f' = \frac{E'}{h} = \frac{7 \cdot 10^{-19} J}{6.62 \cdot 10^{-34} Js} = 1.06 \cdot 10^{15} s^{-1}$$

15. Si el efecto fotoeléctrico se produce con luz roja, tendrá lugar también con luz amarilla?

Razona la respuesta. **Sí**

16. Si la frecuencia de radiación que incide sobre una placa metálica y que produce efecto fotoeléctrico se duplica, también se duplicará la energía cinética de los electrones emitidos?

Razona la respuesta. **No**

17. Calcular la longitud de onda asociada a un electrón que se mueve a una velocidad de 1×10^6 m/s; y a un coche de 1300 Kg de masa que se desplaza a una velocidad de 105 Km/h.

a) para el electrón:

La masa del electrón es 0.91096×10^{-30} Kg.

$$p = m \cdot v = 0.91096 \cdot 10^{-30} \cdot 1 \times 10^6 = 0.91 \cdot 10^{-24} \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} 7.27 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

a) para el coche $p = m \cdot v = 1300 \text{ Kg} \cdot 105 \text{ Km/h} \cdot 1000/3600 = 37916.66667 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$

$$\lambda = \frac{h}{p} 1.75 \cdot 10^{-38} \text{ m}$$

18. Calcula la longitud de onda de De Broglie asociada a cada partícula: a) una persona de 70 kg que se mueve con 2 m/s de velocidad, b) un electrón que se mueve a 1.000 m/s. **R: $4,7 \times 10^{-36}$ m, 7.2×10^{-7} m**